

# PADRÕES LOCAIS DA REDE

Prof. Fabrício Olivetti de França  
[folivetti@ufabc.edu.br](mailto:folivetti@ufabc.edu.br)



Universidade Federal do ABC

# AGRUPAMENTOS E PONTES

---

# Vamos procurar um emprego

Em um estudo feito nos anos 60 por Mark Granovetter, pesquisou a forma como as pessoas que acabaram de mudar de emprego ficaram sabendo de seus novos empregos.

As respostas dos participantes indicavam que a informação partiu de alguém em sua lista de contatos pessoais.

Porém, o mais surpreendente e contra intuitivo é que esses contatos foram descritos como "conhecidos" e não "amigos próximos".



# Vamos procurar um emprego

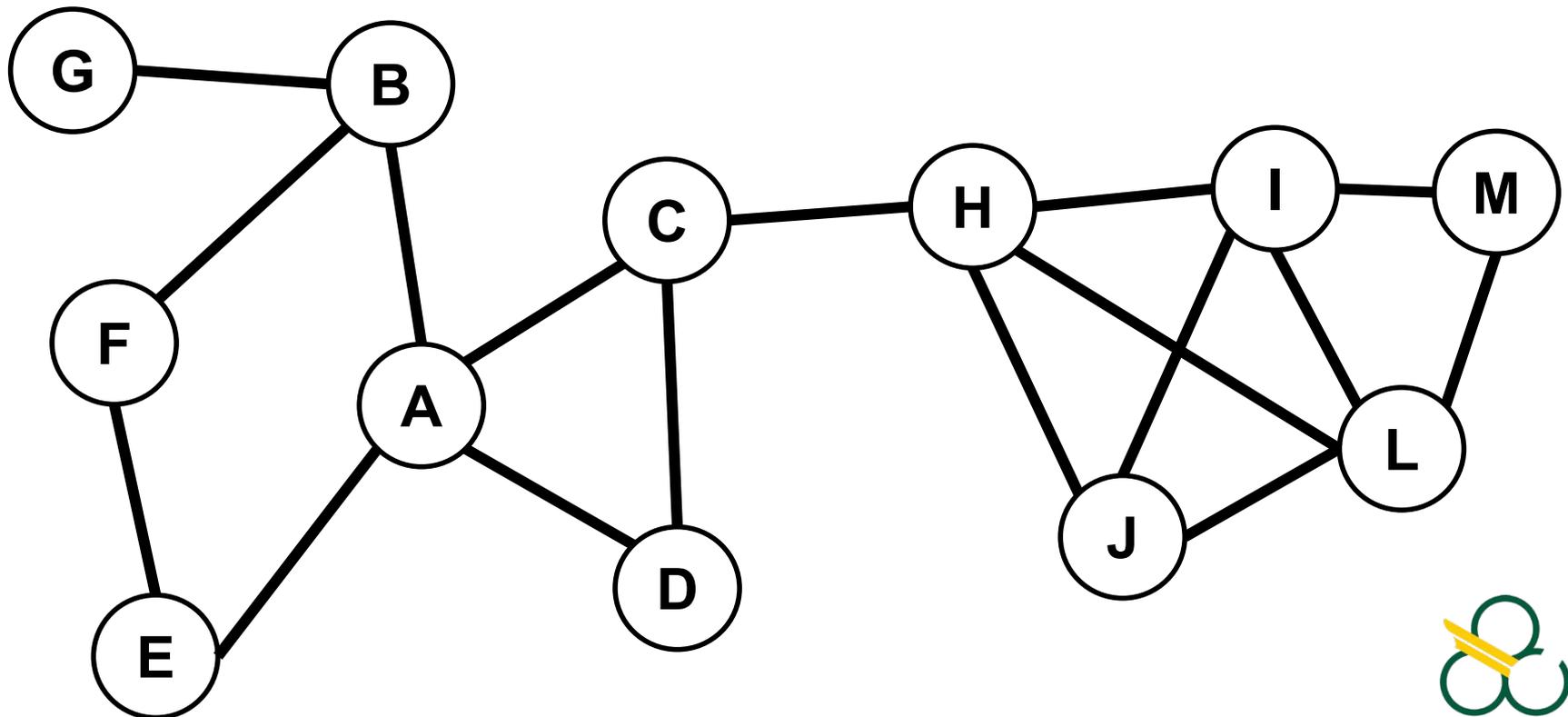
Era de se esperar que tivessem a maior motivação em te ajudar! Mas então por que os “conhecidos” tem um papel tão crucial na busca de um novo emprego?

Para generalizar um pouco vamos substituir a busca por emprego pela busca por informação!



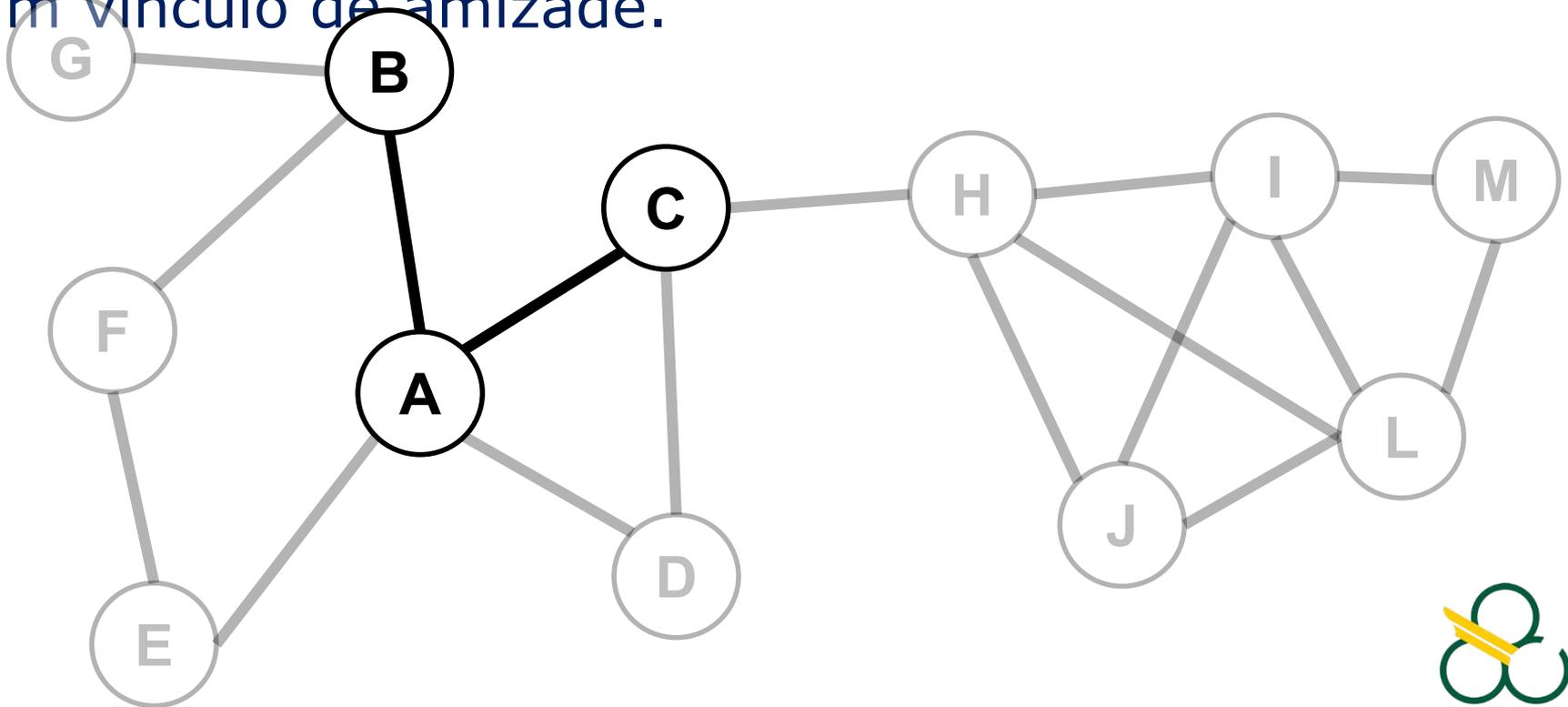
# Vamos buscar uma informação

Vamos começar a análise com a seguinte rede social de círculo de amizade:



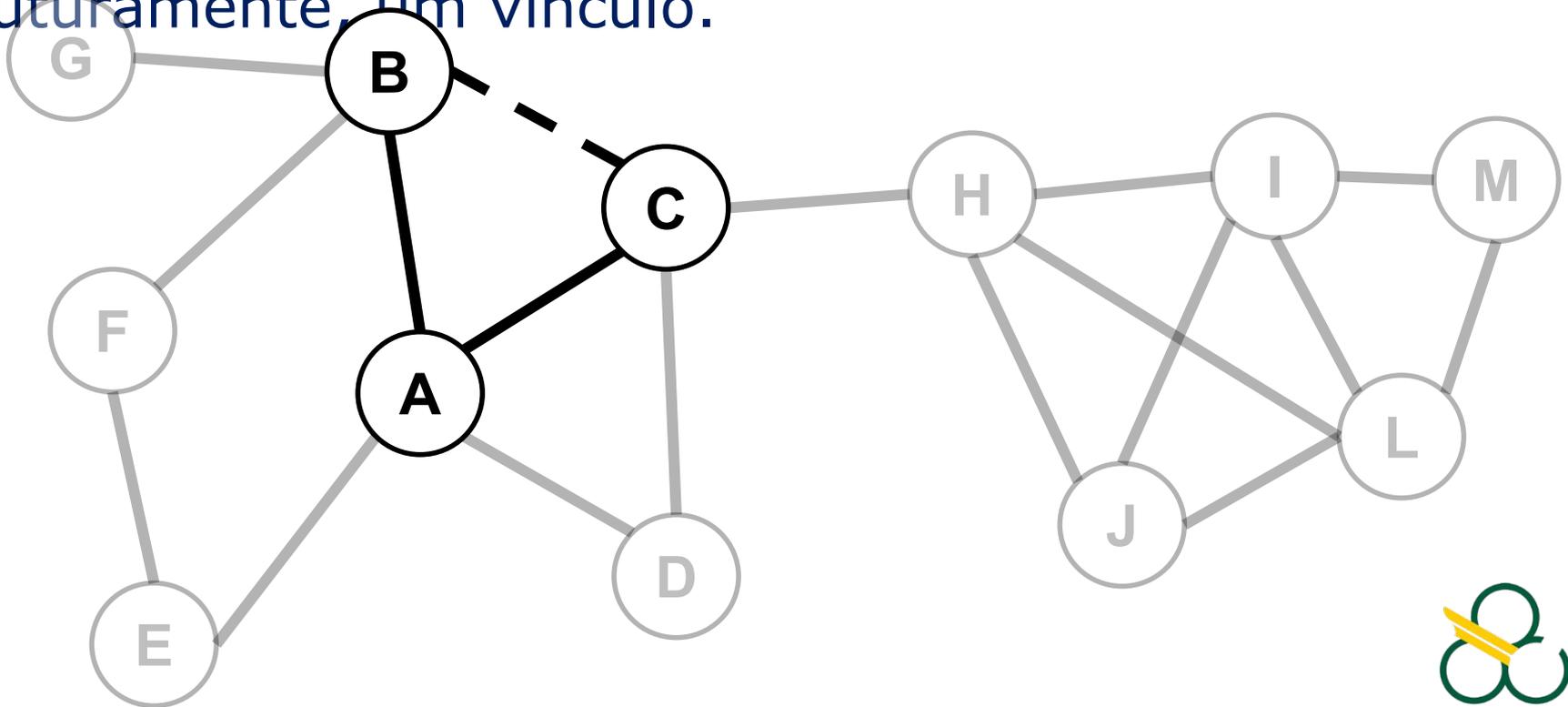
# Vamos buscar uma informação

Se observarmos a relação entre os nós **A**, **B** e **C** podemos dizer que existe boas chances de, em certo momento da rede, dos nós **B** e **C** formarem um vínculo de amizade.



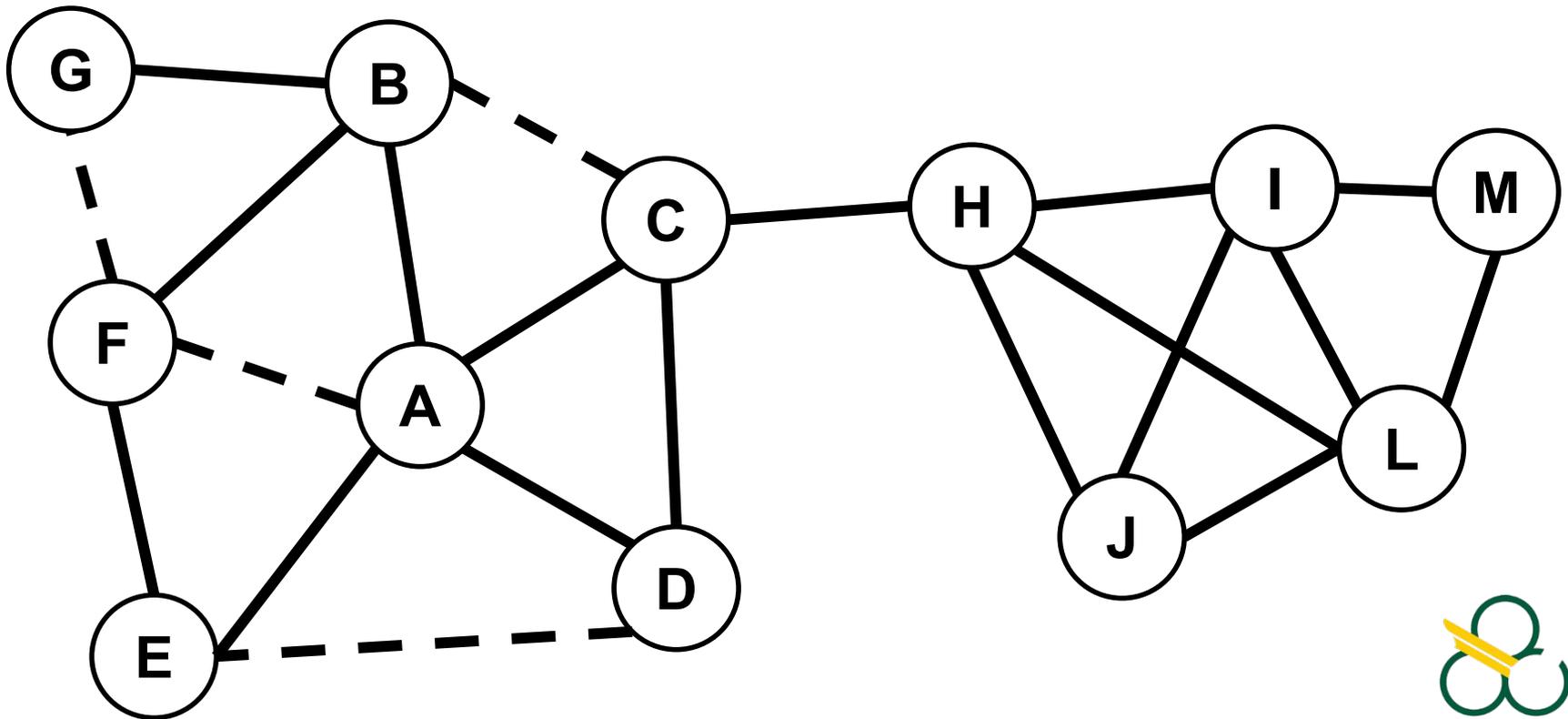
# Vínculos Futuros

No contexto de redes sociais podemos pensar que se A é amigo de B e de C, fatalmente B e C irão se encontrar em diversas ocasiões formando, futuramente, um vínculo.



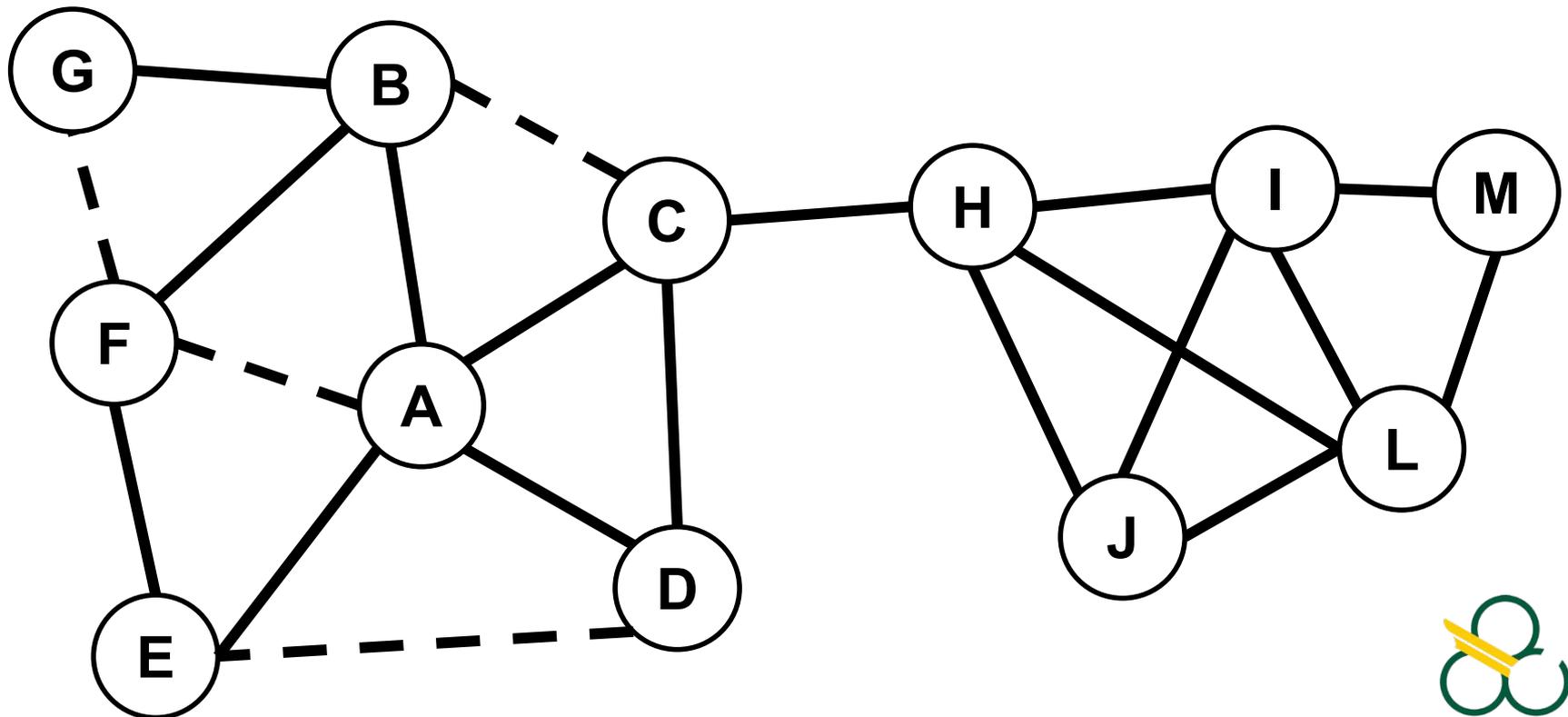
# Vínculos Futuros

E isso poderá ocorrer com diversos outros nós!  
Quanto mais amigos em comum duas pessoas tem  
maiores as chances de se tornarem amigas.



# Vínculos Futuros

Esse princípio é conhecido como **FECHAMENTO TRIÁDICO**.



# Vínculos Futuros

Podemos observar isso em redes representando páginas da web *linkando* outras páginas.

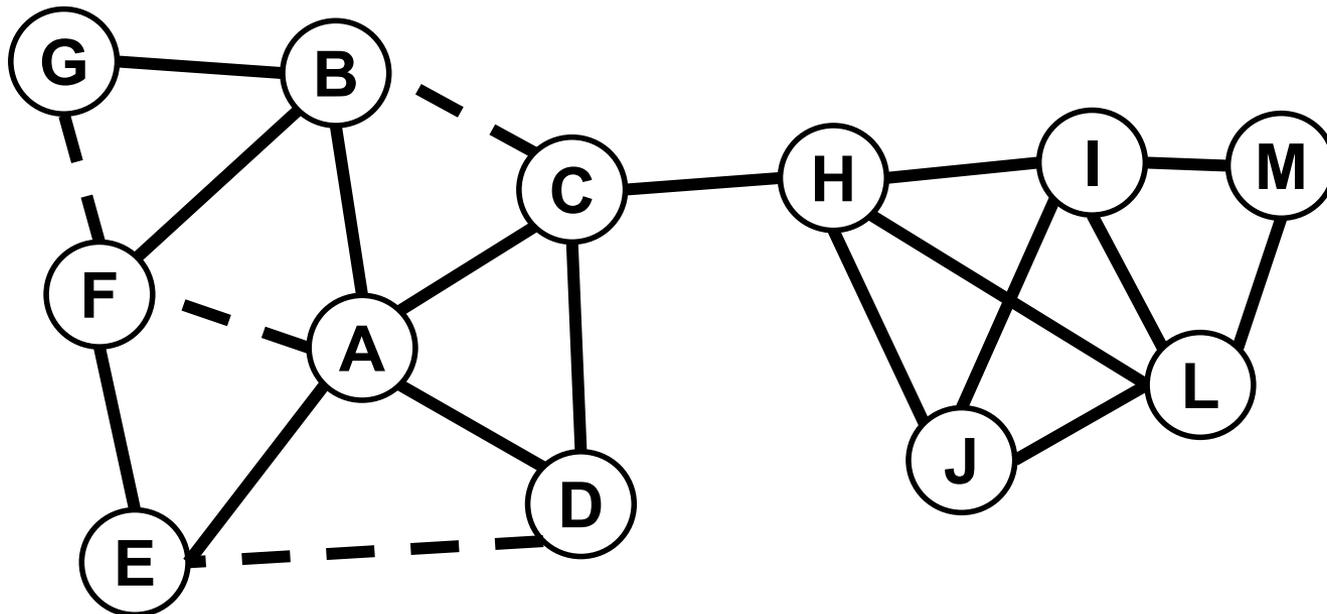
Se uma página A faz referência às páginas B e C assume-se que essas páginas tratam do mesmo tema.

Logo, existe uma chance de B fazer referência a C e vice-versa.



# Vínculos Futuros

Para verificar o quão próximos são os nós vizinhos a um certo nó, foi criado o **COEFICIENTE DE AGRUPAMENTO**.





Universidade Federal do ABC

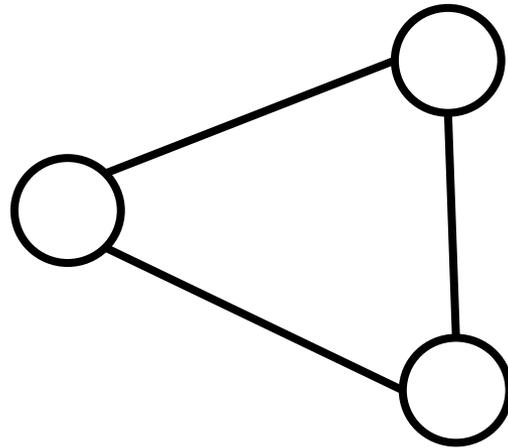
# COEFICIENTE DE AGRUPAMENTO

---

# Coeficiente de Agrupamento

Esse coeficiente mede a tendência com que os nós de uma rede se agrupam (compartilham ligações com um mesmo nó).

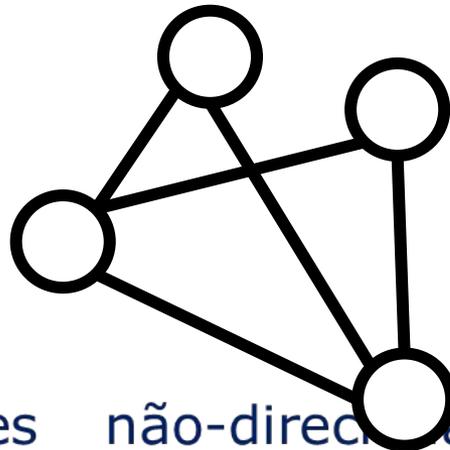
É baseado no fechamento triádico:



# Coeficiente de Agrupamento

O coeficiente de um nó é calculado como a fração de vizinhos do nó que tem ligações entre si:

$$C_i = \frac{\#\{ (k, j \in A \mid k, j \in N(i)) \}}{\#\{ k, j \mid k, j \in N(i) \}}$$



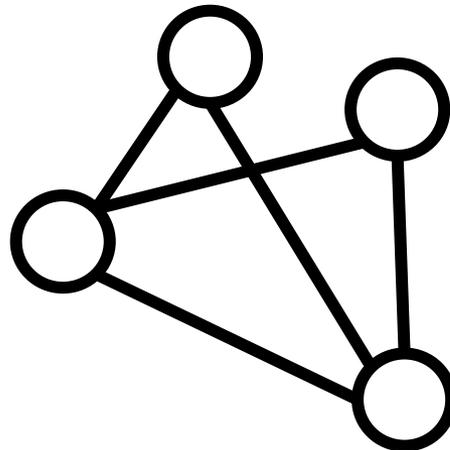
OBS.: Para redes não-direcionadas essa fórmula é multiplicada por 2, pois existem apenas metade das possíveis ligações.



# Coeficiente de Agrupamento

O coeficiente de um nó é calculado como a fração de vizinhos do nó que tem ligações entre si:

$$C_i = \frac{\text{Número de arestas interligando os nós vizinhos a } i}{\text{Número de possíveis ligações} = (\text{grau}(i) * (\text{grau}(i) - 1))}$$



OBS.: Para redes não-direcionadas essa fórmula é multiplicada por 2, pois existem apenas metade das possíveis ligações.



# Coeficiente de Agrupamento

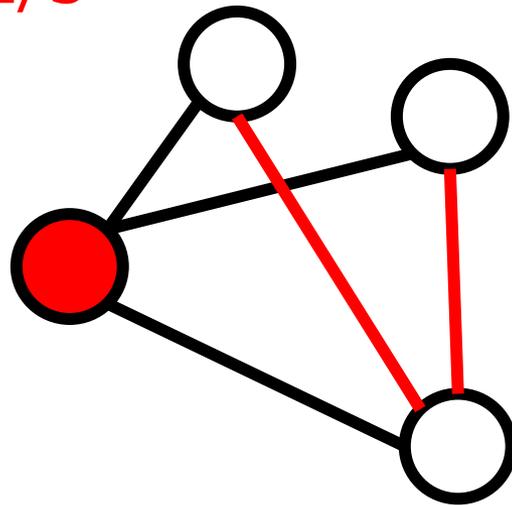
Grau do nó = 3

Possíveis ligações =  $3 \cdot 2 = 6$

Dos 3 vizinhos existem 2 ligações entre si

Como a rede não é direcionada, multiplicamos por 2

$C = 2 \cdot 2 / 6 = 2/3$



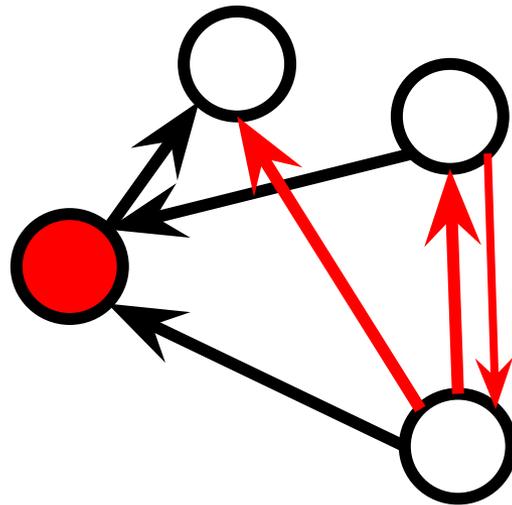
# Coeficiente de Agrupamento

Grau total do nó = 3

Possíveis ligações =  $3 \cdot 2 = 6$

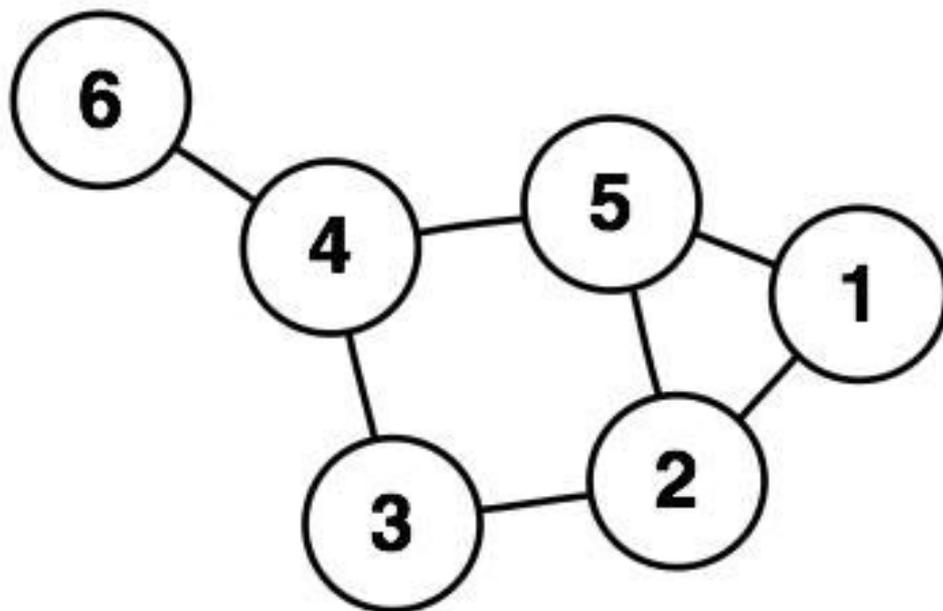
Dos 3 vizinhos existem 3 ligações entre si

$C = 3/6 = 1/2$



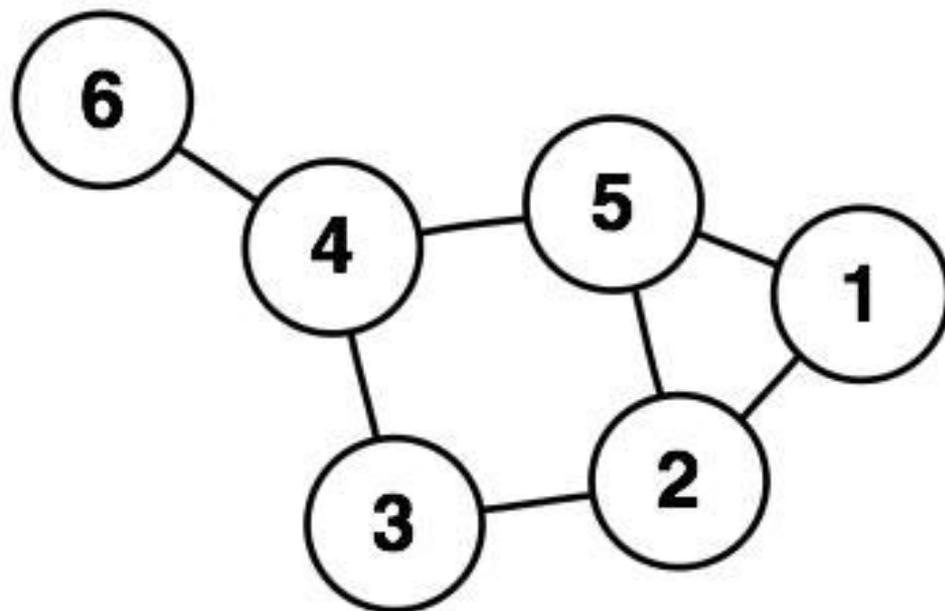
# Exercícios

Calcule o coeficiente de agrupamento médio para a rede abaixo.



# Exercícios

Calcule o coeficiente de agrupamento médio para a rede abaixo.



$$C1 = 2.1/2 = 1$$

$$C2 = 2.1/6 = 1/3$$

$$C3 = 2.0/2 = 0$$

$$C4 = 2.0/6 = 0$$

$$C5 = 2.1/6 = 1/3$$

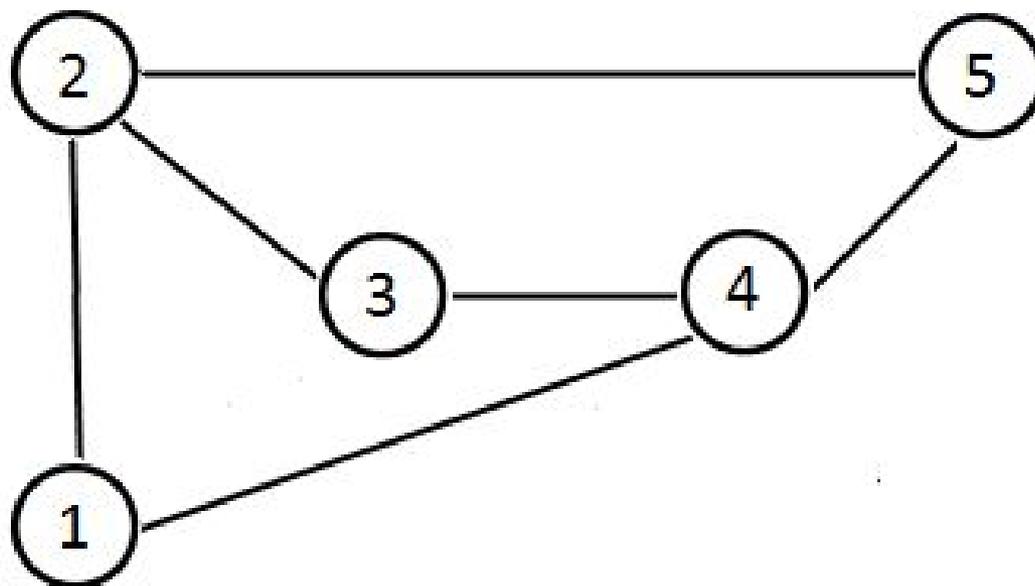
$$C6 = 2.0/1 = 0$$

Média: 0,28



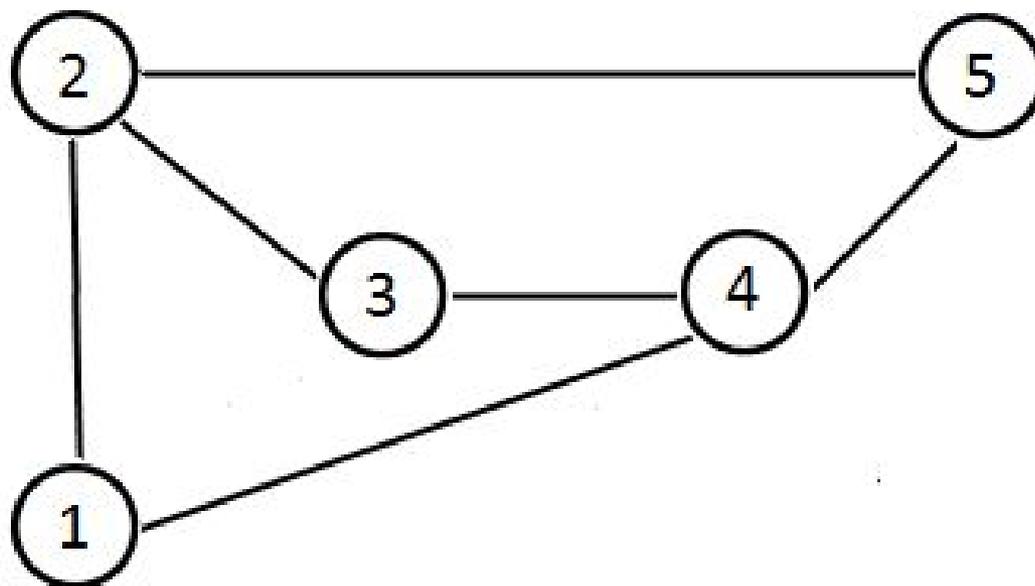
# Exercícios

Calcule o coeficiente de agrupamento médio para o grafo abaixo.



# Exercícios

Calcule o coeficiente de agrupamento médio para o grafo abaixo.



$$C_1 = 2.0/2 = 0$$

$$C_2 = 2.0/6 = 0$$

$$C_3 = 2.0/2 = 0$$

$$C_4 = 2.0/6 = 0$$

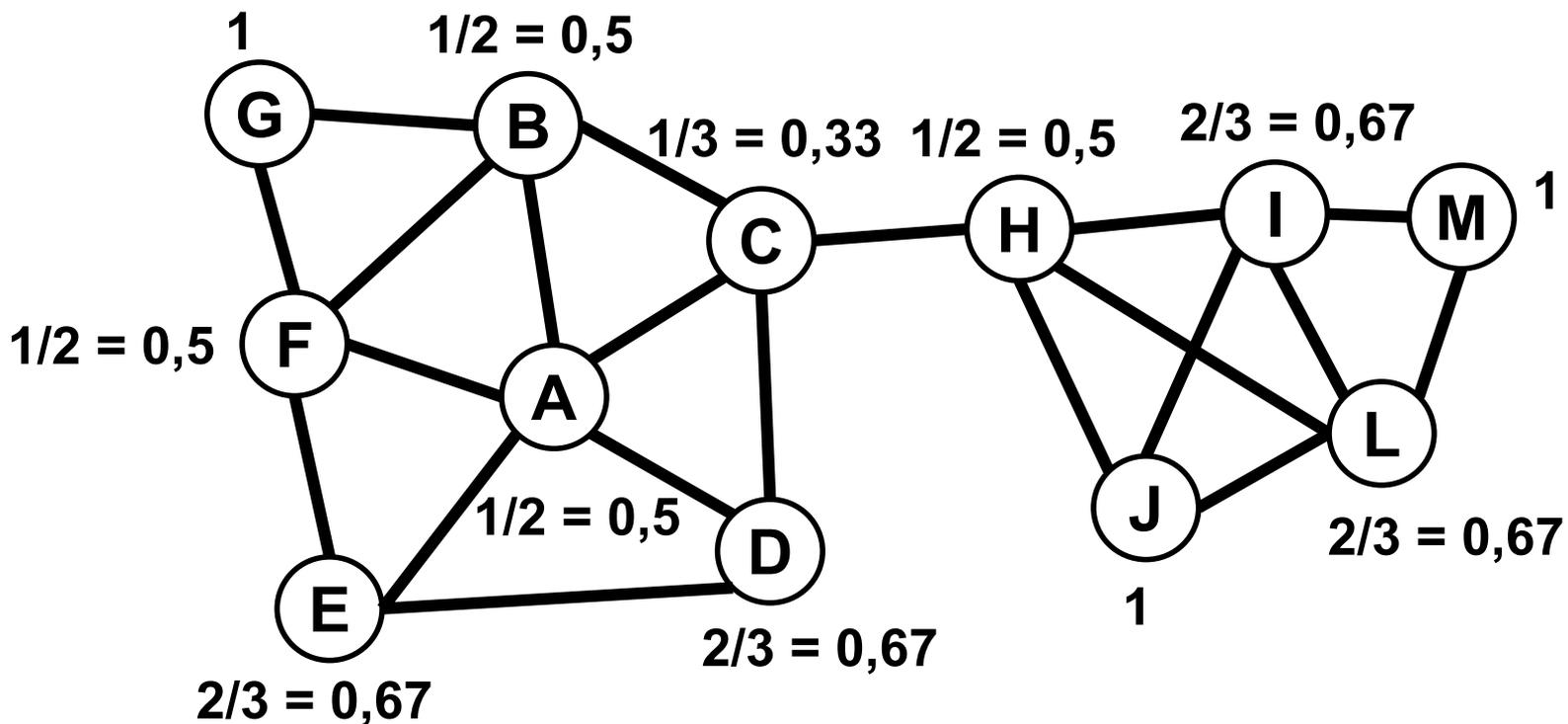
$$C_5 = 2.0/2 = 0$$

Média: 0



# Coeficiente de Agrupamento

Vamos calcular o coeficiente de agrupamento para cada nó da nossa rede!



# Coeficiente de Agrupamento

O coeficiente de agrupamento médio da rede é a média dos coeficientes de agrupamento de todos os nós da rede.

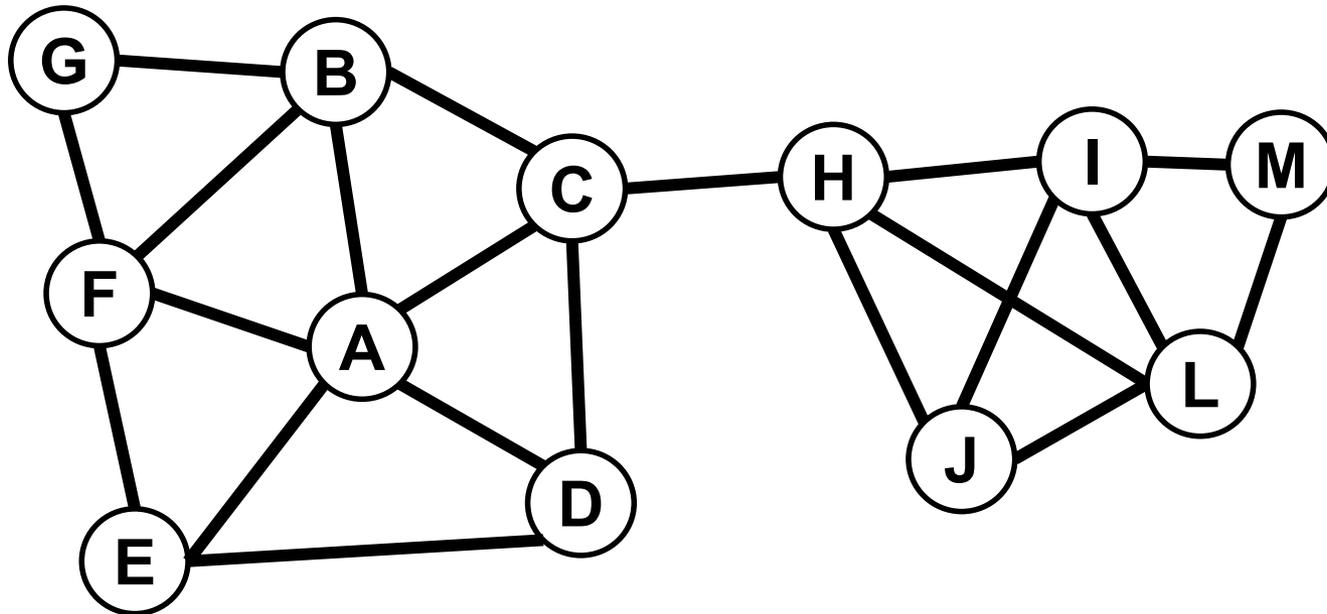
Esse valor nos indica qual a probabilidade de, ao sortearmos dois vizinhos de um certo nó, eles estarem interligados.

Ou...a probabilidade da existência de triângulos nessa rede.



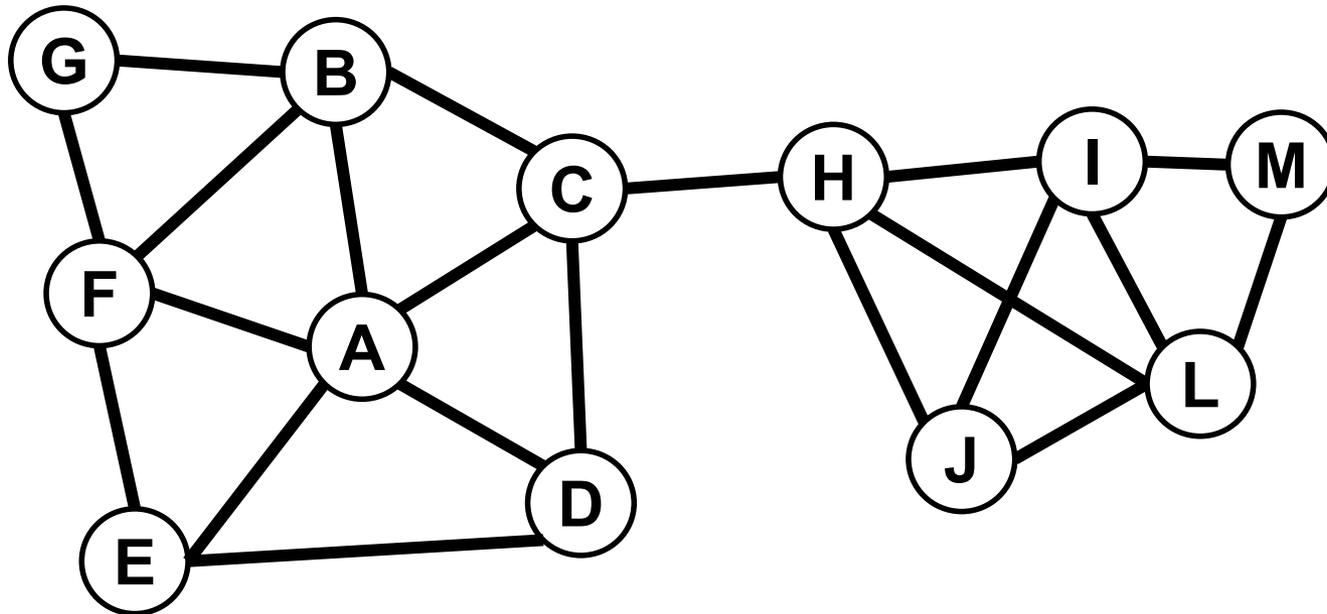
# Voltando ao Trabalho

Pensando novamente na busca por emprego (ou informação), é de se supor que um emprego é algo escasso.



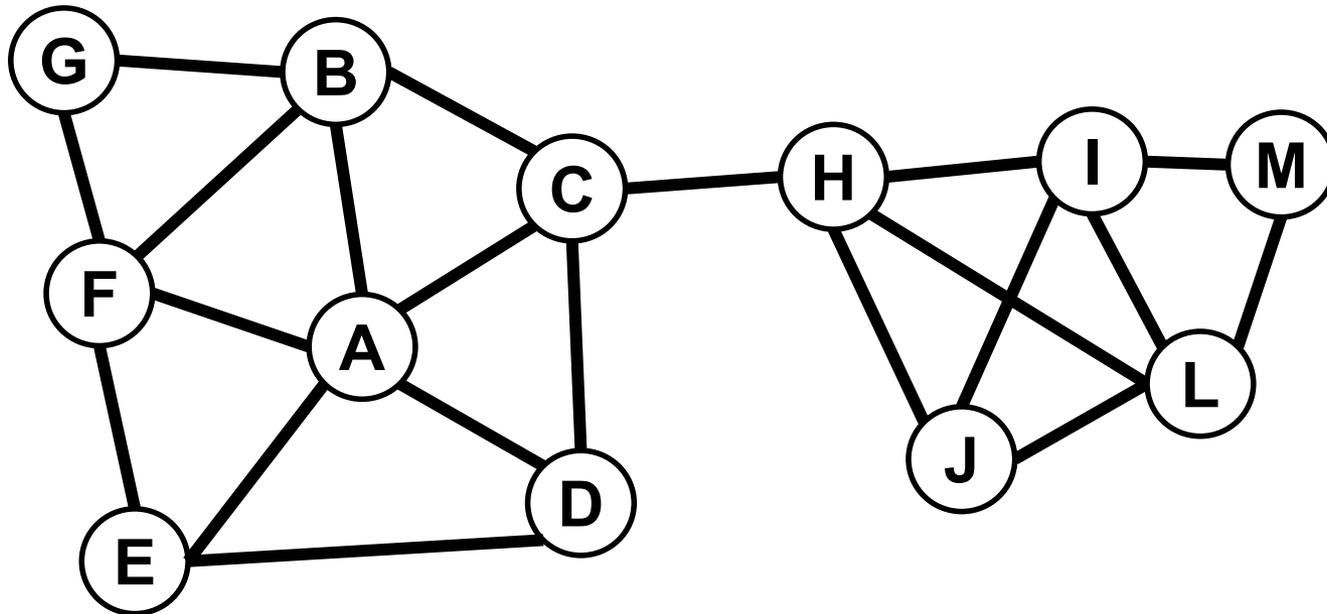
# Voltando ao Trabalho

Então alguém que te dá informação sobre um possível emprego conseguiu isso de uma fonte que você não tem!



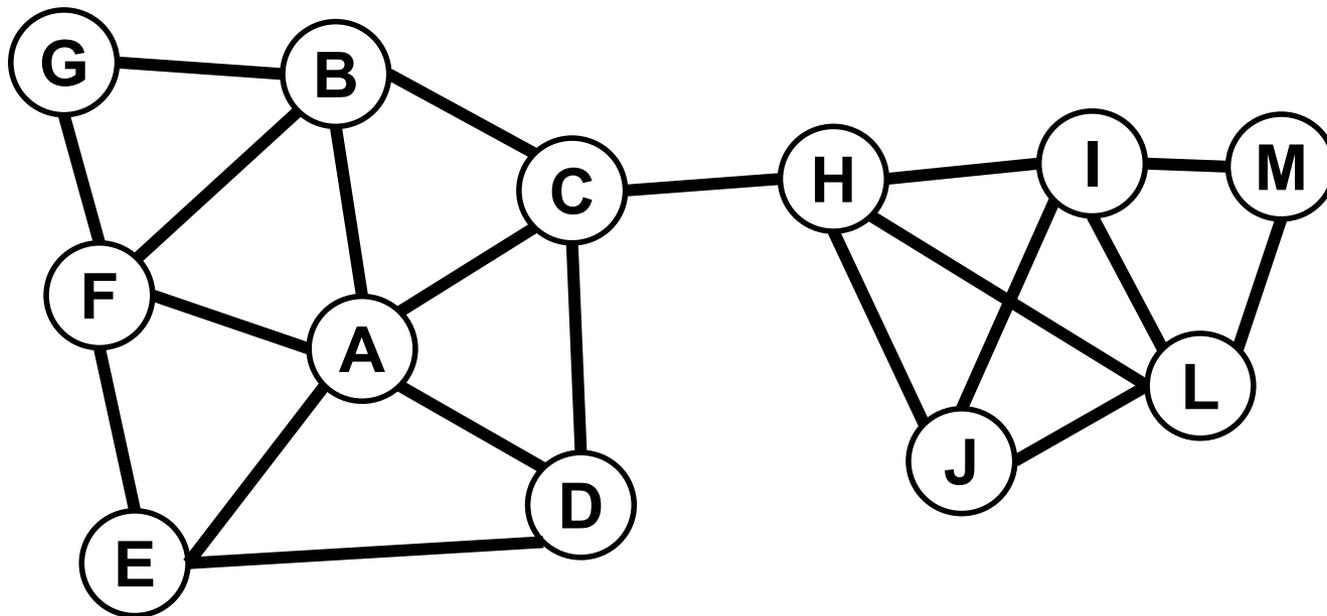
# Voltando ao Trabalho

Considerem o nó C e seus amigos! Podemos perceber que a ligação de C com os nós A, B e D remete para uma ligação de um grupo muito bem definido de amigos.



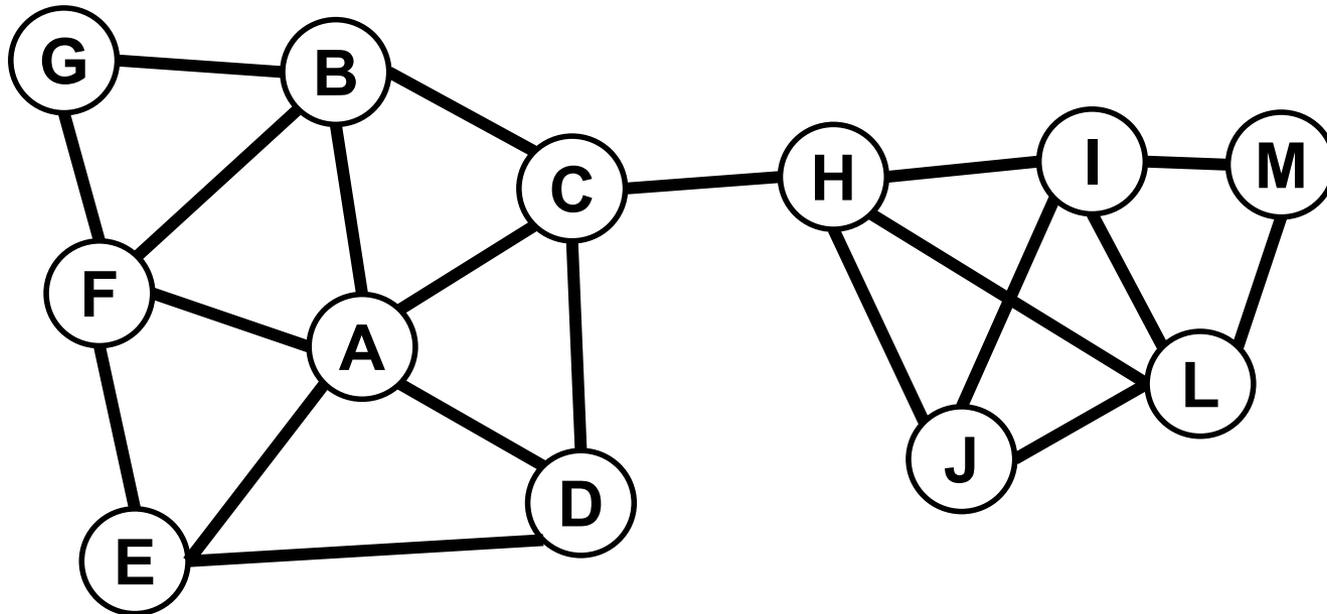
# Voltando ao Trabalho

Porém, se observarmos a ligação entre C e H, percebemos que nenhum outro amigo de H é amigo de C, portanto ele pertence a um grupo distinto de amigos.



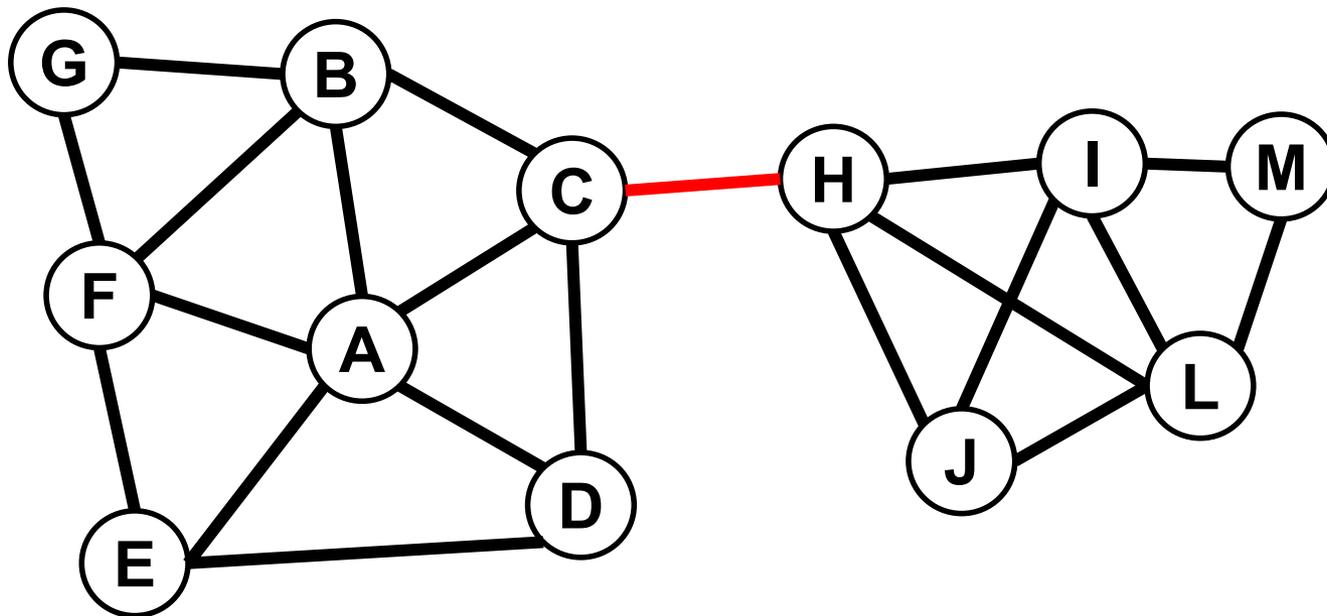
# Voltando ao Trabalho

O nó H sendo apenas um conhecido tem acesso às informações que o nó C não tem! Reparem que se eliminarmos a ligação entre C e H, os nós de A a G perdem comunicação com os nós de H a M.



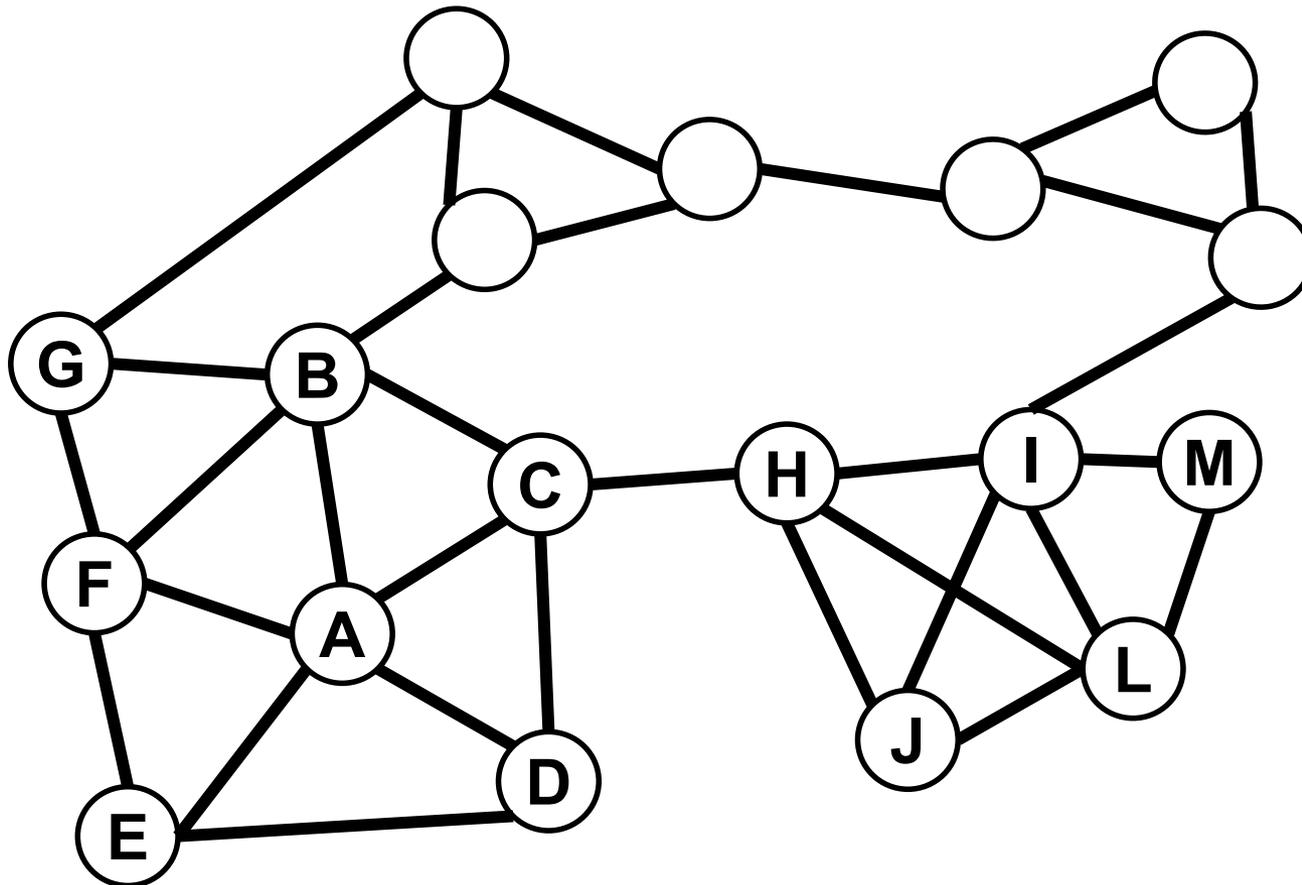
# Voltando ao Trabalho

A aresta que, quando removida, desconecta a rede, é denominada **PONTE**.



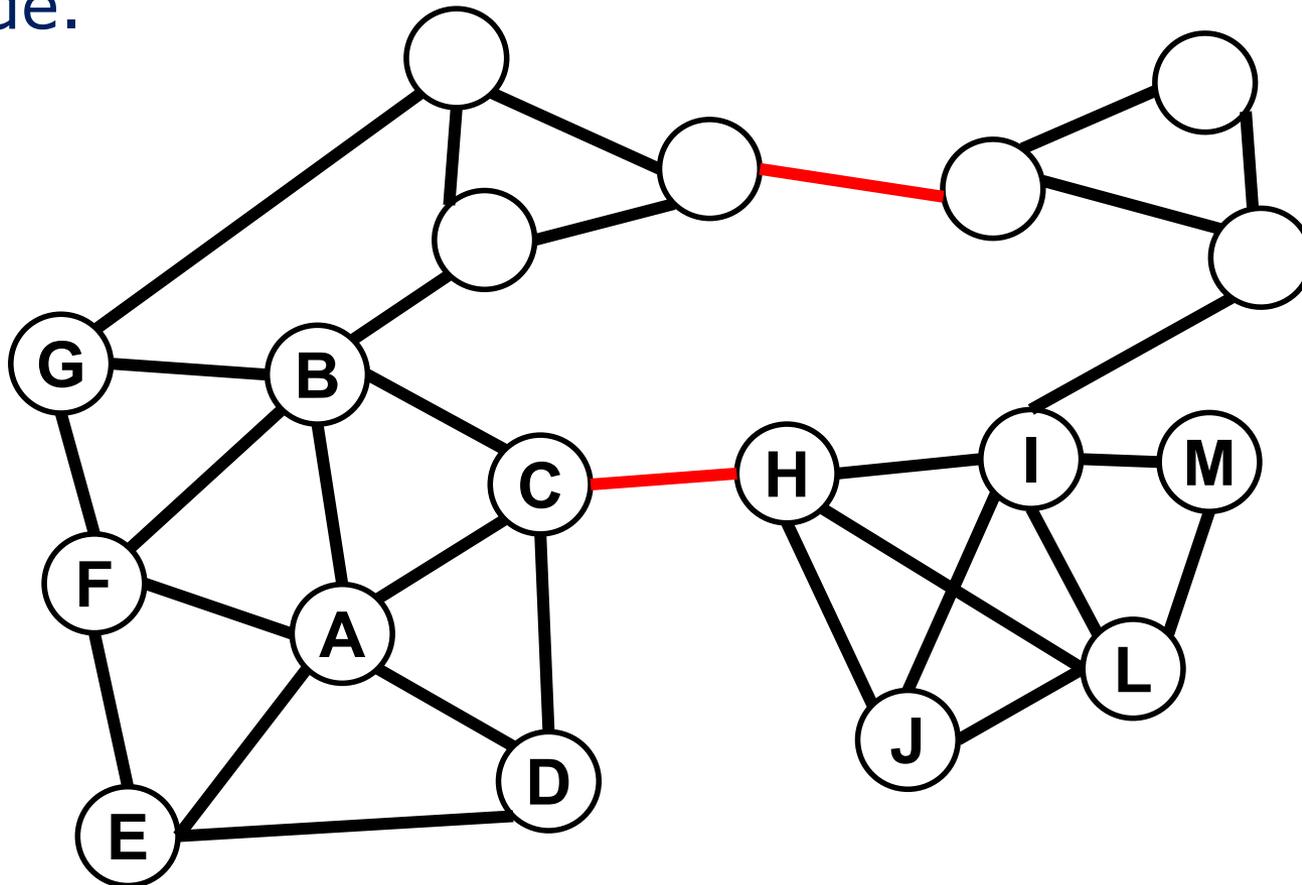
# Voltando ao Trabalho

Mas, em redes reais, dificilmente temos uma única aresta que desconecta a rede.



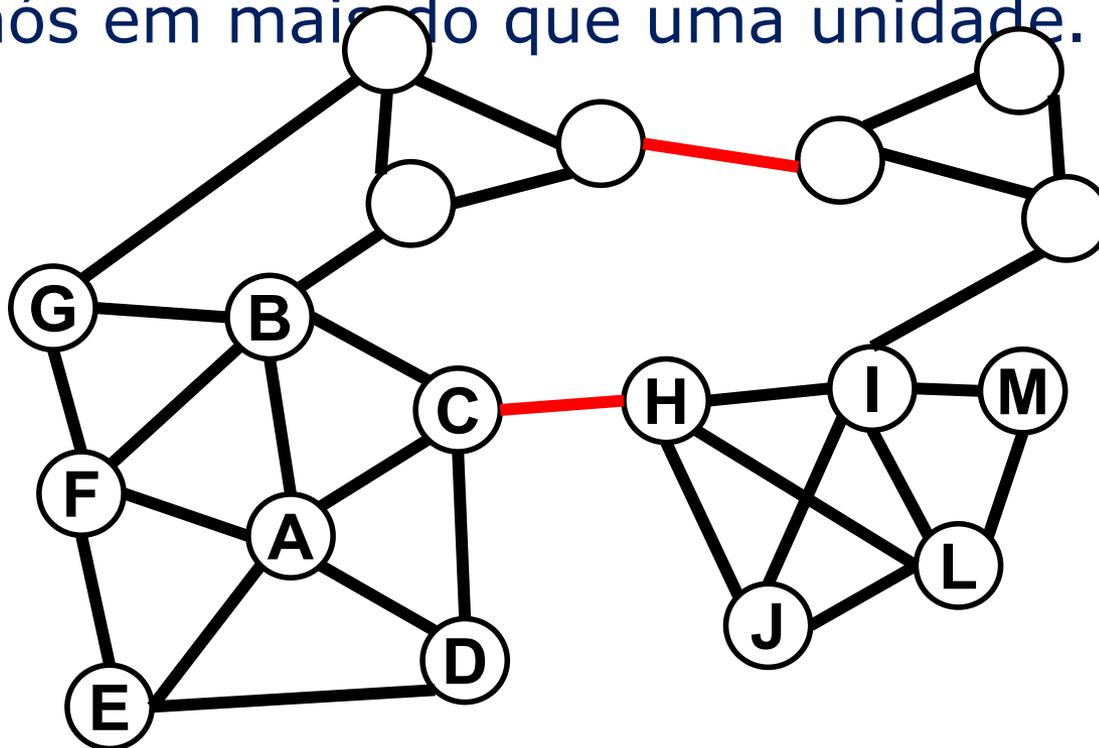
# Voltando ao Trabalho

O menor número de arestas que desconectam a rede é denominado **CONNECTIVIDADE DE ARESTA** da rede.



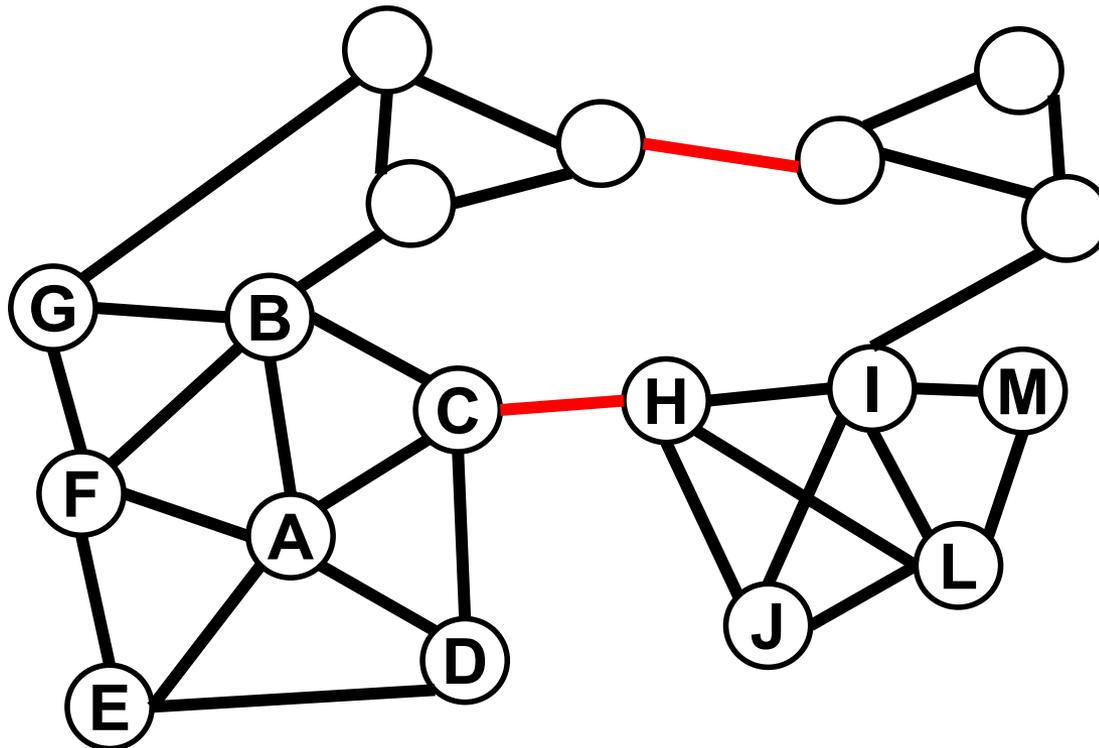
# Voltando ao Trabalho

Temos então que definir pontes de outra maneira!  
Por isso foi pensando no conceito de **PONTES LOCAIS** que são as arestas que, quando removidas, aumenta o caminho mínimo entre os dois nós em mais do que uma unidade.



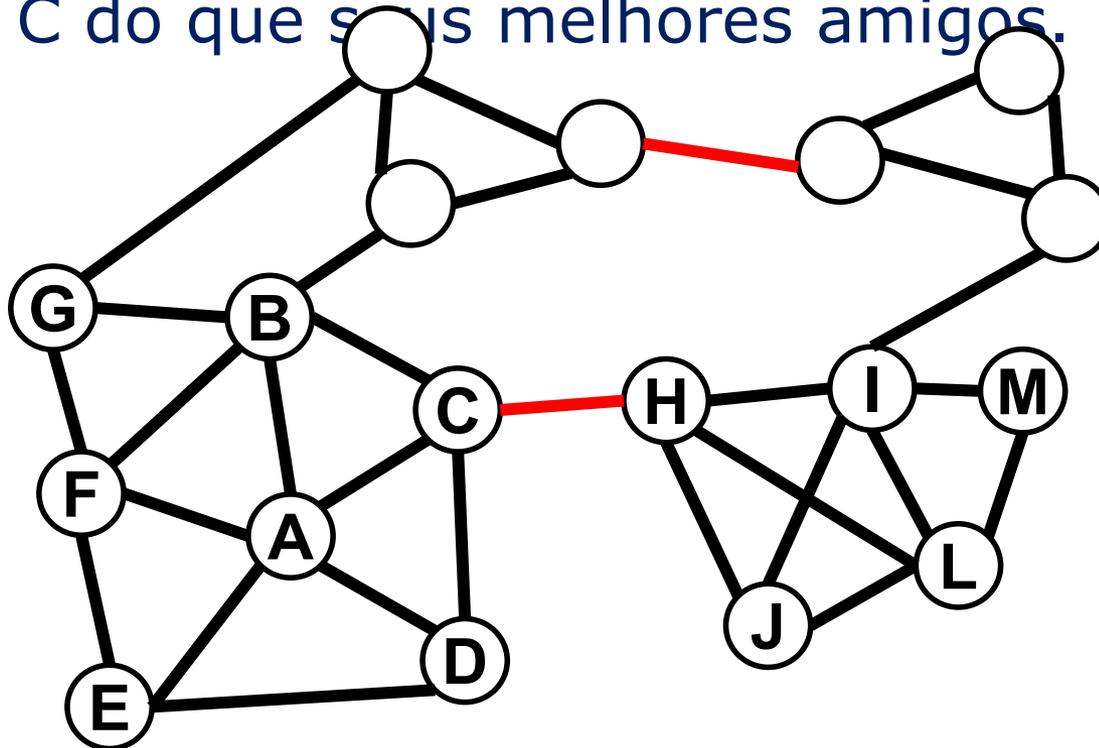
# Voltando ao Trabalho

Repare que se removermos a aresta que liga os nós C ao D, a distância entre eles aumenta em apenas uma unidade!



# Voltando ao Trabalho

Mas ao remover a aresta C-H, o caminho entre esses nós aumenta em 6 unidades! Percebe-se então como o nó H, mesmo sendo apenas um conhecido, é capaz de passar informações melhores ao nó C do que seus melhores amigos.



# Agrupamento, Pontes e Ligações

Esses conceitos vistos até agora são importantes em diversas redes, pois nos ajuda a perceber:

- ❑ Os nós e arestas críticas da rede
- ❑ Como comunidades são formadas
- ❑ Porque certos nós se juntam





Universidade Federal do ABC

# AGRUPAMENTO NAS REDES REAIS

---

# Redes Sociais

O coeficiente de agrupamento no Facebook é cerca de 0,27.

Backstrom, Lars, et al. "Four degrees of separation." *Proceedings of the 3rd Annual ACM Web Science Conference*. ACM, 2012.



# Redes Sociais

O coeficiente de agrupamento no Facebook é cerca de 0,27.

Existe uma chance de 30% de dois amigos de alguém também serem amigos...ou 70% de conhecer alguém novo através de um amigo.

Backstrom, Lars, et al. "Four degrees of separation." *Proceedings of the 3rd Annual ACM Web Science Conference*. ACM, 2012.



# Redes Tecnológicas

A rede de transmissão de energia da parte leste dos Estados Unidos tem um coeficiente de agrupamento de 0,07.

Hines, Paul, et al. "The topological and electrical structure of power grids." *System Sciences (HICSS), 2010 43rd Hawaii International Conference on*. IEEE, 2010.



# Redes Tecnológicas

A rede de transmissão de energia da parte leste dos Estados Unidos tem um coeficiente de agrupamento de 0,07.

A malha de transmissão foi planejada com 7% de redundância nos pontos mais críticos para ser tolerante a falhas.

Hines, Paul, et al. "The topological and electrical structure of power grids." *System Sciences (HICSS), 2010 43rd Hawaii International Conference on*. IEEE, 2010.



# Redes Biológicas

A rede de reações metabólicas da bactéria E. Coli tem coeficiente de agrupamento de 0,59.

Arita, Masanori. "The metabolic world of Escherichia coli is not small." *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 101.6 (2004): 1543-1547.



# Redes Biológicas

A rede de reações metabólicas da bactéria E. Coli tem coeficiente de agrupamento de 0,59.

As reações ocorrem em grupos, apenas algumas reações ocorrem como intermediário de um grupo para outro.

Arita, Masanori. "The metabolic world of Escherichia coli is not small." *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 101.6 (2004): 1543-1547.



# Redes de Informação

A rede do co-autoria da área de Saúde no Brasil tem coeficiente de agrupamento de 0,24.

Mena-Chalco, Jesús Pascual, et al. "Brazilian bibliometric coauthorship networks." *Journal of the Association for Information Science and Technology*(2014).



# Redes de Informação

A rede do co-autoria da área de Saúde no Brasil tem coeficiente de agrupamento de 0,24.

A transitividade entre autores é equivalente a uma rede social, as publicações em co-autoria são centradas em autores multidisciplinares.

Mena-Chalco, Jesús Pascual, et al. "Brazilian bibliometric coauthorship networks." *Journal of the Association for Information Science and Technology*(2014).

